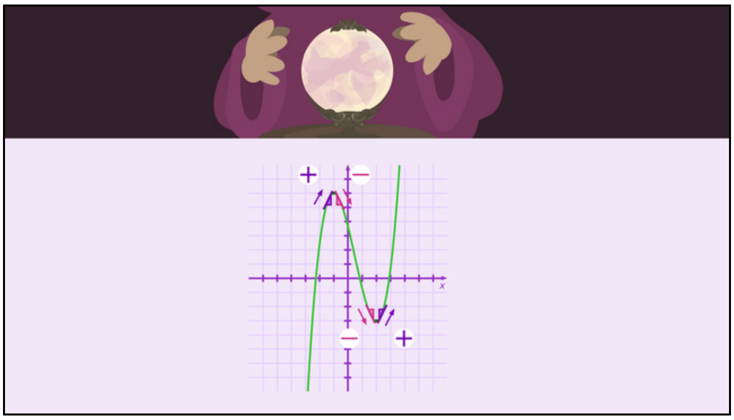
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Das Vorzeichenwechselkriterium für Extrema



1 **Beschreibe das Vorgehen zur Bestimmung eines Extrempunktes.**

2 Vervollständige die Aussagen zu Extrema von der Funktion f

3 Bestimme Lage und Art der Extremstellen der gegebenen Funktion.

4 Untersuche, bei welchen Punkten es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte der Funktion handelt.

5 Ermittle den Hochpunkt und den Tiefpunkt der gegebenen Funktion.

6 Leite aus dem Ableitungsgraphen f' die Anzahl der Extrema und Sattelpunkte von f her.

+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com

© 2022 sofatutor GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten. V25585

sofatutor.at
Bessere Noten in Schule & Uni

Beschreibe das Vorgehen zur Bestimmung eines Extrempunktes.

Bringe die Schritte in die richtige Reihenfolge.

A Anwenden des Vorzeichenwechselkriteriums

B Bestimmen der ersten Ableitung $f'(x)$

C Berechnen der y-Werte mit $f(x)$

D Lösen der Gleichung $f'(x) = 0$

RICHTIGE REIHENFOLGE ☐ ☐ ☐ ☐

© 2022 sofatutor GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten. V25585 | E53842

sofatutor.at
Bessere Noten in Schule & Uni

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe das Vorgehen zur Bestimmung eines Extrempunktes.

1. Tipp

Um die Extrempunkte zu bestimmen, musst du die Nullstellen der ersten Ableitung ermitteln.

2. Tipp

Als letzten Schritt bestimmst du die zu den Extremstellen zugehörigen Funktionswerte.

© 2022 sofatutor GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten. V25585

sofatutor.at
Bessere Noten in Schule & Uni

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe das Vorgehen zur Bestimmung eines Extrempunktes.

Lösungsschlüssel: B, D, A, C

Um die Extrempunkte einer Funktion zu ermitteln, bestimmen wir die Nullstellen der ersten Ableitung und überprüfen anschließend, ob es sich hierbei tatsächlich um Extrema handelt. Wir betrachten das Vorgehen am Beispiel

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + \frac{11}{3}$$

Im Detail gehen wir wie folgt vor:

1. Wir ermitteln die **erste Ableitung**:
$f'(x) = 2x^2 - 2x - 4$

2. Wir bestimmen die **Nullstellen** der ersten Ableitung, indem wir die Gleichung $f'(x) = 0$ lösen:

$$\begin{aligned}
2x^2 - 2x - 4 &= 0 && |:2 \\
x^2 - x - 2 &= 0 \\
x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2} && \text{Anwenden der pq-Formel} \\
x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{2\frac{1}{4}} \\
x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm 1\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -1$

3. Wir wenden das **Vorzeichenwechselkriterium** an:
Wir setzen Werte in die erste Ableitung ein, die etwas kleiner und etwas größer als die Nullstellen sind.

$f'(1{,}9) \approx -0{,}6 \quad f'(2{,}1) \approx 0{,}6$
Es liegt ein Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$ vor, daher handelt es sich bei $x_1 = 2$ um ein Minimum.

$f'(-1{,}1) \approx 0{,}6 \quad f'(-0{,}9) = -0{,}6$
Es liegt ein Vorzeichenwechsel von $+$ nach $-$ vor, daher handelt es sich bei $x_2 = -1$ um ein Maximum.

4. Wir bestimmen die **Funktionswerte**, also die y-Werte:
Wir setzen die ermittelten x-Werte in die Funktionsgleichung ein:
$$f(2) = \frac{2}{3} \cdot 2^3 - 2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{11}{3} = -3$$
$$f(-1) = \frac{2}{3} \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + \frac{11}{3} = 6$$

Die Extrempunkte in unserem Beispiel sind also:

Minimum: $(2|-3)$
Maximum: $(-1|6)$

© 2022 sofatutor GmbH, Berlin. Alle Rechte vorbehalten. V25585
sofatutor.at
Bessere Noten in Schule & Uni