



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Lineare Substitutionsregel für Integrale



$$\int (-3x + 5)^3 dx \quad \int \sqrt{4 + 2x} dx \quad \int e^{\frac{1}{2}x+2} dx$$

- 1 **Gib die lineare innere Funktion an.**
- 2 Beschreibe die lineare Substitutionsregel.
- 3 Benenne Integrale, die mit der linearen Substitutionsregel gebildet werden können.
- 4 Wende die lineare Substitutionsregel zur Berechnung der Integrale an.
- 5 Bestimme die Integrale mit der linearen Substitutionsregel.
- 6 Entscheide, bei welchen Integralen die lineare Substitutionsregel angewendet werden kann.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Gib die lineare innere Funktion an.

Trage die richtigen Zahlen in die Lücken ein.

1 $\int \sin(3x + 4) dx$

Die innere Funktion lautet:₁ x +₂

2 $\int (-5x + 4)^5 dx$

Die innere Funktion lautet:₃ x +₄

3 $\int \sqrt{2x + 1} dx$

Die innere Funktion lautet:₅ x +₆



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Gib die lineare innere Funktion an.

1. Tipp

Die innere Funktion ist eine **lineare Funktion**. Diese schreiben wir allgemein in der Form $m \cdot x + b$.

2. Tipp

Achte auf negative Vorzeichen.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Gib die lineare innere Funktion an.

Lösungsschlüssel: 1: 3 // 2: 4 // 3*: -5 // 4: 4 // 5: 2 // 6: 1

*auch richtig: 3: -5 oder (-5)

Für Integrale von verketteten Funktionen, bei denen die innere Funktion eine lineare Funktion ist, können wir die **lineare Substitutionsregel** anwenden. Wir nennen sie daher auch lineare Kettenregel. Um die Regel richtig anzuwenden, ist es besonders wichtig, die innere Funktion korrekt zu identifizieren.

Die innere Funktion ist eine **lineare Funktion**. Diese schreiben wir allgemein in der Form:

$$m \cdot x + b$$

Dabei nennen wir m die Steigung und b den y -Achsenabschnitt.

In uns bekannten Funktionen, wie zum Beispiel $f(x) = x^4$ steht dann also anstelle des x ein linearer Funktionsterm der Form $m \cdot x + b$.

Beispiel: $f(x) = (4x + 5)^4$

Wir betrachten die vorliegenden Funktionen:

- $\int \sin(3x + 4) \, dx$

Die lineare innere Funktion lautet: $3x + 4$

- $\int (-5x + 4)^5 \, dx$

Die lineare innere Funktion lautet: $-5x + 4$

- $\int \sqrt{2x + 1} \, dx$

Die lineare innere Funktion lautet: $2x + 1$

Werden solche Funktionen integriert, können wir die lineare Substitutionsregel anwenden:

$$\int f(mx + b) \, dx = \frac{1}{m} \cdot F(mx + b) + c \text{ mit } c \in \mathbb{R}$$

Wir können die äußere Funktion also zunächst einfach wie gewohnt integrieren, also eine entsprechende Stammfunktion aufstellen. Dann müssen wir nur noch mit dem Kehrwert von m multiplizieren.

Damit erhalten wir für die Integrale:

- $\int \sin(3x + 4) \, dx = -\frac{1}{3} \cos(3x + 4) + c \quad (c \in \mathbb{R})$

- $\int (-5x + 4)^5 \, dx = -\frac{1}{30} (-5x + 4)^6 \quad (c \in \mathbb{R})$

- $\int \sqrt{2x + 1} \, dx = \frac{1}{3} (2x + 1)^{1,5} \quad (c \in \mathbb{R})$