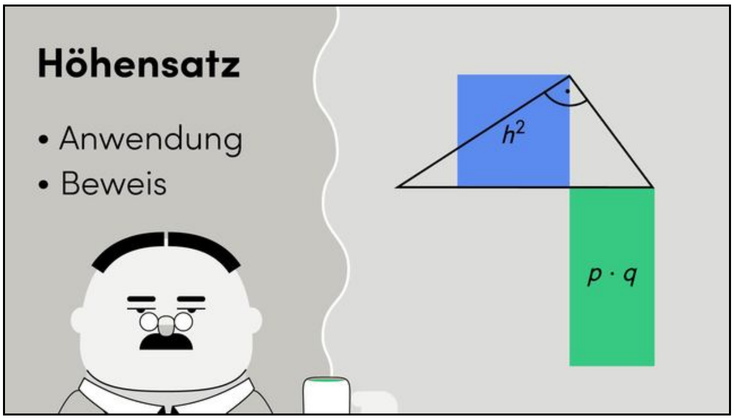
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Höhensatz



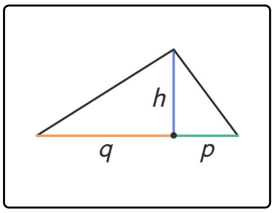
1. **Beschrifte das Dreieck.**
2. Bestimme die Länge des Hypotenusenabschnitts.
3. Überprüfe, ob die Aussage und die Skizze korrekt sind.
4. Bestimme die Länge des Hypotenusenabschnitts.
5. Bestimme die Hypotenusenabschnitte und die Höhe.
6. Analysiere die Aussagen.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Beschrifte das Dreieck.

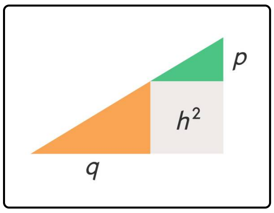
Fülle die Lücken.

h	Hypotenuse	rechte	Quadrat	p	180°	p^2+q^2	linke
Kathete	orange	vertikale	grüne	$p \cdot q$	h	90°	h^2	q	p
q	$p \cdot q$

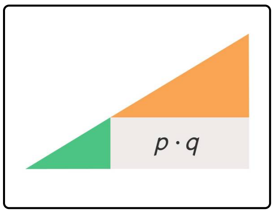


Der Höhensatz gilt für die Höhe über der ____________ 1 in einem rechtwinkligen Dreieck. Die Höhe ____________ 2 teilt die Seite, auf der sie senkrecht steht, in die beiden Abschnitte ____________ 3 und ____________ 4. Der Höhensatz lässt sich durch folgende Formel ausdrücken:

$h^2 =$ ____________ 5



Zum Beweis des Höhensatzes kannst du die beiden Teildreiecke aus dem ersten Bild neu zusammensetzen. Dazu drehst du das ____________ 6 Teildreieck aus dem ersten Bild um ____________ 7. Dieses Dreieck ist das ____________ 8 Dreieck in dem Bild hier. Die horizontale Seite des grünen Dreiecks ist ____________ 9. Die graue Fläche ist ein ____________ 10 mit dem Flächeninhalt h^2.



Setzt du das grüne und orange Dreieck aus dem vorigen Bild anders zusammen, so erhältst du ein kongruentes Gesamtdreieck. Hier ist die ____________ 11 Seite des orangen Dreiecks h. Die graue Fläche ist ein Rechteck mit den Seiten ____________ 12 und ____________ 13 und dem Flächeninhalt $p \cdot q$. Die beiden zusammengesetzten Gesamtdreiecke sind kongruent und haben daher denselben Flächeninhalt. Daher müssen auch die beiden grauen Flächen denselben Flächeninhalt haben. Es gilt also:

____________ 14 $=$ ____________ 15

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Beschrifte das Dreieck.

1. Tipp

Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks heißt Hypotenuse.

---

2. Tipp

Der Beweis des Höhensatzes ergibt sich aus der Gleichsetzung der Flächeninhalte der beiden grauen Flächen.

---

3. Tipp

Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist das Produkt zweier nicht paralleler Seiten.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Beschrifte das Dreieck.

Lösungsschlüssel: 1: Hypotenuse // 2: h // [3+4][1]: p **oder** q // 5: $p \cdot q$ // 6: rechte // 7: 90° // 8: grüne // 9: h // 10: Quadrat // 11: vertikale // [12+13][1]: p **oder** q // [14+15][1]: h^2 **oder** $p \cdot q$

[1]Jede Antwort darf nur einmal eingesetzt werden. Die Reihenfolge ist frei wählbar.

Der Höhensatz ist ein Satz über rechtwinklige Dreiecke. Er gehört zur Satzgruppe des Satzes von Pythagoras. Der Höhensatz gilt für genau eine Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks, nämlich für die Höhe über der **Hypotenuse**. In dem ersten Bild oben heißt diese Höhe h. Sie teilt die Hypotenuse in die beiden Hypotenusenabschnitte p und q. Der Höhensatz besagt, dass das Quadrat über der Höhe denselben Flächeninhalt hat wie das aus den beiden Hypotenusenabschnitten gebildete Rechteck. Dies lässt sich durch folgende Formel ausdrücken:

$$h^2 = p \cdot q$$

Denn auf der linken Seite der Formel steht der Flächeninhalt des Quadrates über der Höhe, und rechts steht der Flächeninhalt des Rechtecks aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

Zum Beweis des Höhensatzes kannst du die beiden durch die Höhe gebildeten Teildreiecke geschickt neu zusammensetzen. Dazu drehst du das **rechte** Teildreieck aus dem ersten Bild gegen den Uhrzeigersinn um 90°. So erhältst du das zweite Bild: das gedrehte Teildreieck ist hier das grüne Dreieck. Die horizontale Seite dieses grünen Dreiecks ist h. Denn die horizontale Seite des grünen Dreiecks ist die vertikale Seite des rechten Teildreiecks aus dem ersten Bild. Die graue Fläche ist ein **Quadrat** mit der Seitenlänge h. Dieses Quadrat hat also den Flächeninhalt h^2.

Im dritten Bild siehst du den zweiten Schritt im Beweis: Hier setzt du das grüne und das orangene Dreieck aus dem vorigen Bild anders zusammen. Das so entstehende dreifarbige Dreieck ist kongruent zu dem aus dem zweiten Bild. Die **vertikale** Seite des orangenen Dreiecks ist h. Die graue Fläche ist hier ein Rechteck mit den Seiten p und q. Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist das Produkt zweier nicht paralleler Seiten. Der Flächeninhalt des weißen Rechtecks ist daher $p \cdot q$.

Da die beiden zusammengesetzten Dreiecke aus dem zweiten und dritten Bild kongruent sind, haben sie denselben Flächeninhalt. Die beiden grünen bzw. orangenen Teildreiecke sind ebenfalls kongruent. Also müssen auch die beiden grauen Flächen denselben Flächeninhalt haben. Es gilt also:

$$h^2 = p \cdot q$$