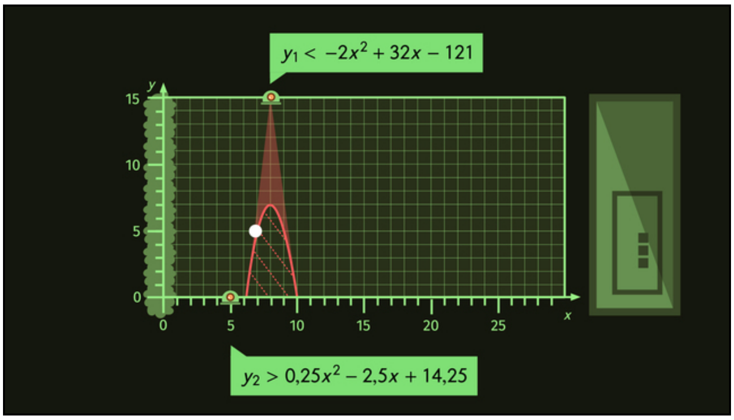
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Quadratische Ungleichungen rechnerisch lösen



1. **Gib die möglichen Lösungsmengen folgender Ungleichungen an.**
2. Bestimme die Lösungsmenge der gegebenen Ungleichung.
3. Ergänze die Rechenschritte bei der Bestimmung der Lösungsmenge.
4. Ordne den Erklärungen die passende mathematische Ausführung zu.
5. Ermittle die Lösungsmenge der gegebenen Ungleichung.
6. Vervollständige die Rechenschritte.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Gib die möglichen Lösungsmengen folgender Ungleichungen an.

Ordne die passenden Mengenangaben zu. Benutze verschiedene Farben.

Möchte man eine quadratische Ungleichung rechnerisch lösen, so stellt man zunächst die entsprechende quadratische Gleichung auf. Diese bringt man dann in die Normalform und berechnet mithilfe der pq-Formel ihre Lösungen x_1 und x_2. Dabei muss man beachten, dass eine quadratische Gleichung zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung haben kann.

Die **möglichen Lösungsmengen** einer quadratischen Ungleichung werden von den Lösungen der quadratischen Gleichung bestimmt: Gibt es **zwei** Lösungen, begrenzen sie die beiden möglichen Lösungsmengen.

Zum besseren Verständnis betrachten wir im Folgenden die quadratische Ungleichung $0 > x^2 + x - 2$ und überführen sie zunächst in die quadratische Gleichung $0 = x^2 + x - 2$ Sie befindet sich bereits in der Normalform $0 = x^2 + px + q$ sodass wir nun mit $p = 1$ und $q = -2$ die pq-Formel anwenden können. Sie liefert diese beiden Lösungen:

$x_1 = 1$

$x_2 = -2$

Somit erhalten wir die folgenden beiden **möglichen Lösungsmengen** für die betrachtete Ungleichung:

$\mathrm{M}_1 = \{x \in \mathrm{R} \mid -2 < x < 1\}$

$\mathrm{M}_2 = \{x \in \mathrm{R} \mid x < -2 \vee 1 > x\}$

Kannst du für die gegebenen quadratischen Ungleichungen, ausgehend von der Lösung der pq-Formel, die möglichen Lösungsmengen angeben?

Ungleichung 1 Ungleichung 2

Ungleichung 1: $0 < -2x^2 + 32x - 126$

Die pq-Formel liefert für die zugehörige Gleichung folgende Lösungen:

$x_1 = 7$

$x_2 = 9$

Ungleichung 2: $0 > 0,25x^2 - 2,5x + 6,25$

Die pq-Formel liefert für die zugehörige Gleichung folgende Lösung:

$x = 5$

Die nachfolgenden **möglichen Lösungsmengen** müssen diesen Lösungen noch zugeordnet werden:

$\mathrm{M} = \emptyset$

$\mathrm{M} = \{x \in \mathrm{R} \mid 7 < x < 9\}$

$\mathrm{M} = \{5\}$

$\mathrm{M} = \mathrm{R} \setminus \{5\}$

$\mathrm{M} = \mathrm{R}$

$\mathrm{M} = \{x \in \mathrm{R} \mid x > 9 \vee x < 7\}$

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib die möglichen Lösungsmengen folgender Ungleichungen an.

1. Tipp

Bei zwei Ergebnissen bekommt man Lösungsmengen, die zwischen den beiden Ergebnissen liegen oder außerhalb davon.

---

2. Tipp

Ausgehend von dem Relationszeichen der Ungleichung stellt man dann mit den berechneten x-Werten mögliche Lösungsmengen der Ungleichung auf. Dabei gilt:

- Für $>$ und $<$ sind die Grenzen, also die x-Werte, in den möglichen Lösungsmengen nicht enthalten.
- Für $\geq$ und $\leq$ sind die Grenzen, also die x-Werte, in den möglichen Lösungsmengen enthalten.

---

3. Tipp

Die pq-Formel liefert für die Gleichung $0 = x^2$ folgende Lösung:

$x = 0$

Demnach erhält man folgende **mögliche Lösungsmengen** der Ungleichung $0 < x^2$:

$\mathrm{M}_1 = \emptyset$

$\mathrm{M}_2 = \mathrm{R} \setminus \{0\}$

Der Abbildung können wir entnehmen, dass diese Ungleichung die Lösungsmenge M_2 hat, denn alle y-Werte auf dieser Parabel sind für $x \neq 0$ größer als 0.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib die möglichen Lösungsmengen folgender Ungleichungen an.

Lösungsschlüssel: Ungleichung 2: 1, 4 // Ungleichung 1: 2, 6

Ungleichung 1: $0 < -2x^2 + 32x - 126$

Die pq-Formel liefert für die zugehörige Gleichung diese Lösungen:

$x_1 = 7$

$x_2 = 9$

Bei den beiden Ergebnissen der pq-Formel ergeben sich die folgenden möglichen Lösungsmengen:

$\mathrm{M}_1 = \{x \in \mathrm{R} \mid 7 < x < 9\}$

$\mathrm{M}_2 = \{x \in \mathrm{R} \mid x > 9 \vee x < 7\}$

M_1 enthält alle Lösungen, die zwischen 7 und 9 liegen. Das ergibt sich dadurch, dass die Ungleichung „echt kleiner" $<$ sein soll. M_2 enthält alle Lösungen, die größer als 9 oder kleiner als 7 sind. Hat man zwei Ergebnisse der pq-Formel, sind die Lösungsmengen innerhalb der beiden Zahlen oder außerhalb der beiden Zahlen.

Ungleichung 2: $0 > 0,25x^2 - 2,5x + 6,25$

Die pq-Formel liefert für die zugehörige Gleichung folgende Lösung:

$x = 5$

Hat man nur eine Lösung der quadratischen Gleichung, so hat man wieder zwei mögliche Lösungsmengen. Die 5 ist in beiden Lösungsmengen nicht enthalten, sodass entweder die leere Menge oder alle reellen Zahlen, außer der 5, infrage kommen:

$\mathrm{M}_1 = \emptyset$

$\mathrm{M}_2 = \{\mathrm{R} \setminus 5\}$