



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

# Direkter Beweis – Erklärung und Beispiel



- 1 **Bestimme, welche Koeffizienten  $p$  und  $q$  für die  $pq$ -Formel eine Lösung liefern.**
- 2 Beschreibe, wie du beim direkten Beweis der  $pq$ -Formel vorgehst.
- 3 Gib den direkten Beweis für die  $pq$ -Formel an.
- 4 Ermittle die Eigenschaften der gegebenen Terme.
- 5 Zeige mittels eines direkten Beweises, dass das Produkt zweier ungerader Zahlen wieder ungerade ist.
- 6 Zeige, dass die Summe zweier ungerader Zahlen gerade ist.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

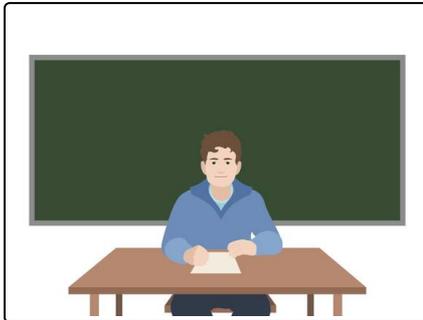


Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



## Bestimme, welche Koeffizienten $p$ und $q$ für die $pq$ -Formel eine Lösung liefern.

Wähle aus.



Timos Lehrerin hat die  $pq$ -Formel direkt bewiesen. Sie lautet:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Sie hat auch gezeigt, dass diese nur unter einer bestimmten Bedingung die Lösung für eine quadratische Gleichung in Normalform liefert. Nun soll Timo ausgehend von den Koeffizienten  $p$  und  $q$  beurteilen, ob die zugehörige quadratische Gleichung eine Lösung hat.

Kannst du ihm dabei helfen?

**A**

$$p = 2; q = 2$$

**B**

$$p = 4; q = 4$$

**C**

$$p = 2; q = -2$$

**D**

$$p = -4; q = 4$$

**E**

$$p = -2; q = 2$$



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 6

### Bestimme, welche Koeffizienten $p$ und $q$ für die $pq$ -Formel eine Lösung liefern.

#### 1. Tipp

Die **Bedingung** dafür, dass die  $pq$ -Formel die Lösung einer quadratischen Gleichung liefert, lautet wie folgt:

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$$

---

#### 2. Tipp

Du kannst die gegebenen Werte für die Koeffizienten  $p$  und  $q$  in die **Bedingung einsetzen** und diese überprüfen. Ist das Resultat eine negative Zahl, so existiert **keine Lösung** dieser quadratischen Gleichung.

---

#### 3. Tipp

Der Ausdruck unter der Quadratwurzel in der  $pq$ -Formel heißt **Diskriminante  $D$  der quadratischen Gleichung**. Für diese gilt:

$$D > 0 \rightarrow \text{zwei Lösungen}$$

$$D = 0 \rightarrow \text{eine Lösung}$$

$$D < 0 \rightarrow \text{keine Lösung}$$

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

**1**  
von 6

**Bestimme, welche Koeffizienten  $p$  und  $q$  für die  $pq$ -Formel eine Lösung liefern.**

**Lösungsschlüssel:** B, C, D

Bei dem direkten Beweis der  $pq$ -Formel wird die Annahme getroffen, dass  $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$  gilt. Dieser Ausdruck steht in der  $pq$ -Formel unter der Quadratwurzel und heißt **Diskriminante  $D$  der quadratischen Gleichung**. Für diese gilt:

$D > 0 \rightarrow$  zwei Lösungen

$D = 0 \rightarrow$  eine Lösung

$D < 0 \rightarrow$  keine Lösung

Wenn wir also ausgehend von den Koeffizienten  $p$  und  $q$  beurteilen wollen, ob die zugehörige quadratische Gleichung eine Lösung besitzt, müssen wir nur die Bedingung  $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$  überprüfen.

**Beispiel 1:**  $p = 2; q = 2$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 2 = 1^2 - 2 = -1 < 0$$

Somit ist die Bedingung nicht erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt keine Lösung.

**Beispiel 2:**  $p = 4; q = 4$

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Demnach ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

**Beispiel 3:**  $p = 2; q = -2$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-2) = 1^2 + 2 = 3 > 0$$

Somit ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

**Beispiel 4:**  $p = -4; q = 4$

$$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4 = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Demnach ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

**Beispiel 5:**  $p = -2; q = 2$

$$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 2 = (-1)^2 - 2 = -1 < 0$$

Somit ist die Bedingung nicht erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt keine Lösung.