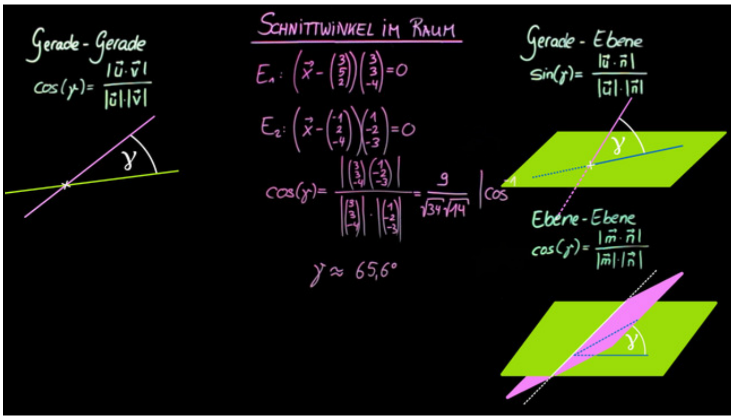
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Schnittwinkel im Raum



1. **Gib an, was bei der Berechnung von Schnittwinkeln im Raum zu beachten ist.**
2. Berechne den Schnittwinkel zwischen den beiden Geraden g und h.
3. Beschreibe, wie der Schnittwinkel zwischen einer Ebene und einer Geraden berechnet wird.
4. Ermittle den Winkel zwischen den beiden Ebenen.
5. Prüfe die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen.
6. Bestimme jeweils den Schnittwinkel.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Gib an, was bei der Berechnung von Schnittwinkeln im Raum zu beachten ist.

Wähle die korrekten Aussagen aus.

☐ **A** Der Schnittwinkel zwischen zwei Geraden mit den Richtungsvektoren $\vec{u}$ sowie $\vec{v}$ lässt sich mit Hilfe der folgenden Formel berechnen:
$\cos(\gamma) = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{v}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$.

☐ **B** Der Cosinus wird auch im Zusammenhang mit **Gerade - Ebene** sowie **Ebene - Ebene** verwendet.

☐ **C** Der Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen mit den Normalenvektoren $\vec{m}$ sowie $\vec{n}$ lässt sich mit Hilfe der folgenden Formel berechnen:
$\sin(\gamma) = \frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}$.

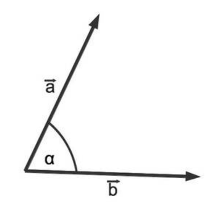
☐ **D** Der Schnittwinkel zwischen einer Gerade mit dem Richtungsvektor $\vec{u}$ sowie einer Ebene mit den Normalenvektor $\vec{n}$ lässt sich mit Hilfe der folgenden Formel berechnen:
$\sin(\gamma) = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$.

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib an, was bei der Berechnung von Schnittwinkeln im Raum zu beachten ist.

1. Tipp



Der Winkel zwischen zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist wie folgt definiert:

$$cos(\alpha)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}.$$

Ein solcher Winkel kann auch stumpf sein.

2. Tipp

Durch die Betragsstriche wird sichergestellt, dass der Winkel, welcher mit

$$cos(\alpha)=\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

berechnet werden kann, ein spitzer Winkel ist.

3. Tipp

Der Normalenvektor steht senkrecht zur Ebene. Dadurch ist der von dem Normalenvektor einer Ebene und dem Richtungsvektor einer Geraden eingeschlossene Winkel nicht der Winkel zwischen der Geraden und der Ebene.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib an, was bei der Berechnung von Schnittwinkeln im Raum zu beachten ist.

Lösungsschlüssel: A, D

Der Schnittwinkel im Raum wird immer recht ähnlich berechnet: Auf der jeweils rechten Seite der folgenden Formeln stehen immer der Betrag eines Skalarproduktes zweier Vektoren dividiert durch das Produkt der Beträge dieser Vektoren. Die verwendete trigonometrische Funktion ändert sich.

Gerade - Gerade

Gegeben seien zwei Geraden mit den Richtungsvektoren $\vec{u}$ sowie $\vec{v}$, dann ist der von diesen Geraden eingeschlossene Winkel γ gegeben durch

$$\cos(\gamma) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}.$$

Gerade - Ebene

Zu der Geraden sei der Richtungsvektor $\vec{u}$ und zu der Ebene der Normalenvektor $\vec{n}$ bekannt, dann gilt

$$\sin(\gamma) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}.$$

Wichtig ist hier: Es wird der Sinus verwendet.

Ebene - Ebene

Gegeben seien zwei Ebenen mit den Normalenvektoren $\vec{m}$ sowie $\vec{n}$. Dann lässt sich der von diesen Ebenen eingeschlossene Winkel berechnen mit

$$\cos(\gamma) = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|}.$$

Merke: Wenn die Elemente gleich sind (Gerade - Gerade oder Ebene - Ebene) verwendet man den Cosinus. Sind die Elemente verschieden (Gerade - Ebene) verwendet man den Sinus.