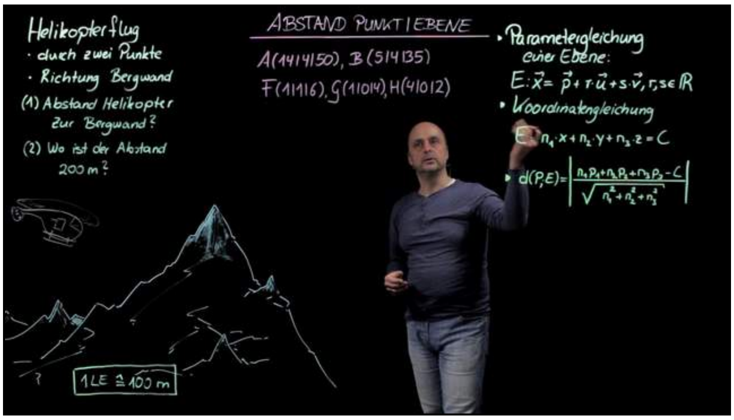
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Abstand Punkt-Ebene – Anwendung

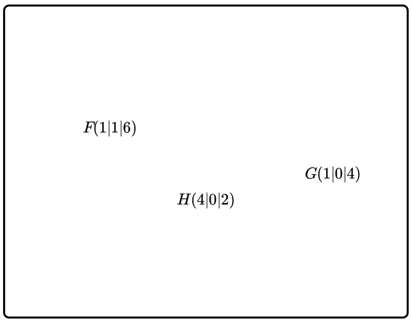


1. **Stelle die Gleichung der Ebene E, welche durch die drei Punkte F, G und H verläuft, in Parameter- sowie Koordinatenform auf.**
2. **Berechne den Abstand der Punkte $A(14|4|50)$ und $B(5|4|35)$ zu der Ebene.**
3. **Gib an, welche Punkte der Geraden g den Abstand 2 [LE] zu der Ebene E haben.**
4. **Bestimme zu jedem der Punkte den Abstand zu der Ebene E.**
5. **Ermittle die Punkte der Geraden mit dem Abstand $d = 5$ zu der Ebene.**
6. **Berechne das Volumen der Pyramide mit den Eckpunkten A, B, C und S.**

\+ **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**

Stelle die Gleichung der Ebene E, welche durch die drei Punkte F, G und H verläuft, in Parameter- sowie Koordinatenform auf.

Wähle die korrekten Gleichungen aus.



- [ ] **A** $E:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\6\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix}$
- [ ] **B** $E:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\6\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\-2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\-1\\-4\end{pmatrix}$
- [ ] **C** $E:-2x-6y+3z=14$
- [ ] **D** $E:2x-6y+3z=14$
- [ ] **E** $E:x-3y+2z=14$

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Stelle die Gleichung der Ebene E, welche durch die drei Punkte F, G und H verläuft, in Parameter- sowie Koordinatenform auf.

1. Tipp

Für die Parameterform wählst du den Ortsvektor eines der drei Punkte als Stützvektor und die Verbindungsvektoren zu den beiden anderen Punkten als Richtungsvektor.

2. Tipp

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

So sieht allgemein eine Ebene in Parameterform aus. Die beiden Vektoren, die mit den Parametern r und s multipliziert werden, sind die Richtungsvektoren. Der Vektor links auf der rechten Seite der Gleichung ist der Stützvektor.

3. Tipp

Zur Koordinatenform einer Ebene gelangst du, indem du einen Vektor bestimmst, der senkrecht auf beide Richtungsvektoren der Ebene steht. Dieser sei

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}.$$

4. Tipp

Die Koordinatenform lautet dann

$$n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = \vec{n} \cdot \vec{a},$$

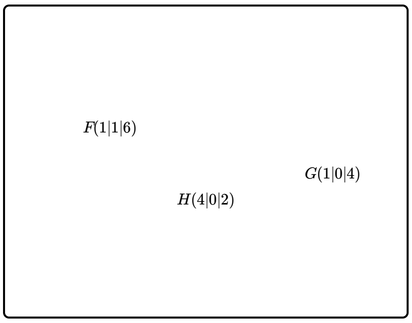
wobei $\vec{a}$ der Stützvektor der Ebene ist.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Stelle die Gleichung der Ebene E, welche durch die drei Punkte F, G und H verläuft, in Parameter- sowie Koordinatenform auf.

Lösungsschlüssel: B, D



Zunächst bestimmt man die Ebenengleichung in Parameterform:

- Der Ortsvektor $\vec{f}$ sei der Stützvektor und
- die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{FG}$ sowie $\overrightarrow{FH}$ die Richtungsvektoren.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Um zu einer Koordinatenform der Ebene zu gelangen, wird das Vektorprodukt der beiden Richtungsvektoren gebildet:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)\cdot(-4) - (-1)\cdot(-2) \\ (-2)\cdot 3 - 0\cdot(-4) \\ 0\cdot(-1) - (-1)\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Die Koordinaten des Normalenvektors sind die Koffizienten von x, y und z in der Koordinatenform. Auf der rechten Seite der Gleichung steht das Skalarprodukt $\vec{n} \cdot \vec{f}$.

$$E: 2x - 6y + 3z = 14.$$