Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Lineare Abbildungen durch Matrizen – Kombination von Abbildungen

1. **Beschreibe, wie die Abbildungsmatrix einer Kombination von Abbildungen berechnet werden kann.**
2. Berechne die Abbildungsmatrix, welche die Kombination der linearen Abbildungen beschreibt.
3. Ermittle den Bildpunkt des Punktes $E(2|-2)$
4. Wende die Matrixmultiplikation an, um die Abbildungsmatrix zu erstellen.
5. Bestimme die Bildpunkte bei der kombinierten Abbildung aus Projektion und Drehung.
6. Ermittle die Abbildungsmatrix A einer Kombination aus zentrischer Streckung und Spiegelung an der y-Achse.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Beschreibe, wie die Abbildungsmatrix einer Kombination von Abbildungen berechnet werden kann.

Wähle die korrekten Aussagen aus.

Ein Punkt soll zuerst an der x-Achse gespiegelt werden. Die zugehörige Abbildungsmatrix ist

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Danach wird der gespiegelte Punkt um 45° im mathematisch positiven Sinne gedreht. Die hierzu gehörende Abbildungsmatrix ist

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Die Matrix, die diese Kombination linearer Abbildungen beschreibt, sei A.

- [ ] **A** Die beiden Abbildungsmatrizen werden addiert: $A = B + C$.
- [ ] **B** Die beiden Abbildungsmatrizen werden subtrahiert: $A = B - C$.
- [ ] **C** Die beiden Abbildungsmatrizen werden multipliziert.
- [ ] **D** Es ist $A = B \cdot C$.
- [ ] **E** Es ist $A = C \cdot B$.

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe, wie die Abbildungsmatrix einer Kombination von Abbildungen berechnet werden kann.

1. Tipp

Beachte, dass die Matrixmultiplikation nicht kommutativ ist. Das bedeutet

$C \cdot B \neq B \cdot C.$

---

2. Tipp

Der gespiegelte Punkt ist gegeben durch

$\overrightarrow{x'} = B \cdot \vec{x}.$

---

3. Tipp

Nun wird der resultierende Punkt gedreht:

$\overrightarrow{x''} = C \cdot \overrightarrow{x'}.$

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe, wie die Abbildungsmatrix einer Kombination von Abbildungen berechnet werden kann.

Lösungsschlüssel: C, E

Die Matrix B beschreibt die Spiegelung an der x-Achse. Also ist ein gespiegelter Punkt gegeben durch

$\overrightarrow{x'} = B \cdot \vec{x}$.

Nun wird dieser gespiegelte Punkt gedreht. Hierfür kann die Matrix C verwendet werden:

$\overrightarrow{x''} = C \cdot \overrightarrow{x'} = C \cdot B \cdot \vec{x}$.

Das bedeutet, dass das Produkt $A = C \cdot B$ der beiden Abbildungsmatrizen (in dieser Reihenfolge!) die gesuchte Abbildungsmatrix ist.

Wir können sagen: „Die Abbildungsmatrix, die näher an $\vec{x}$ steht, wird zuerst ausgeführt.“