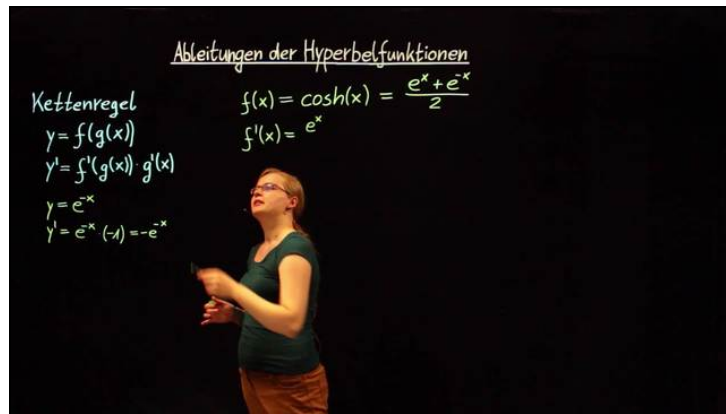




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Ableitungen der Hyperbelfunktionen $\sinh(x)$, $\cosh(x)$ und $\tanh(x)$



- 1 Beschreibe, warum $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$ st.
- 2 Gib die Definitionen von $\cosh(x)$, $\sinh(x)$ sowie $\tanh(x)$ an.
- 3 Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x) = \tanh(x)$.
- 4 Leite die Funktion einmal ab.
- 5 Bestimme die zweite Ableitung von $\tanh(x)$.
- 6 Leite den Kotangens hyperbolicus $\coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}$ einmal ab.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Beschreibe, warum $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$ ist.

Wähle die korrekten Aussagen aus.

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Es ist $(\cosh(x))^2 = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4}$.

A

Es ist $(\cosh(x))^2 = 32$.

B

Es ist $(\sinh(x))^2 = \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}$.

C

Es ist $(\sinh(x))^2 = 16$.

D

Es gilt $e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 + e^{-2x}) = e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x} = 4$.

E



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Beschreibe, warum $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$ ist.

1. Tipp

Verwende die binomischen Formeln

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2. Tipp

$a = e^x$ und $b = e^{-x}$.

3. Tipp

Es ist $(e^x)^2 = e^{2x}$ und $(e^{-x})^2 = e^{-2x}$.

4. Tipp

Beachte, dass $e^x e^{-x} = e^{x-x} = e^0 = 1$ ist.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Beschreibe, warum $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$ ist.

Lösungsschlüssel: A, C, E

Mit Hilfe dieser Definitionen und den binomischen Formeln:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

kann die jeweilige hyperbolische Funktion quadriert werden:

$$\begin{aligned}(\cosh(x))^2 &= \frac{1}{4}(e^x + e^{-x})^2 \\ &= \frac{1}{4}(e^{2x} + 2e^x e^{-x} + e^{-2x})\end{aligned}$$

Es ist $e^x e^{-x} = e^0 = 1$. Damit ist

$$(\cosh(x))^2 = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4}$$

Ebenso kann das folgende Quadrat berechnet werden

$$\begin{aligned}(\sinh(x))^2 &= \frac{1}{4}(e^x - e^{-x})^2 \\ &= \frac{1}{4}(e^{2x} - 2e^x e^{-x} + e^{-2x})\end{aligned}$$

Auch hier ist $e^x e^{-x} = e^0 = 1$ und somit

$$(\sinh(x))^2 = \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}$$

Zuletzt werden die beiden Quadrate addiert:

$$(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = \frac{1}{4}(e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 + e^{-2x}))$$

Das Minuszeichen vor der Klammer kehrt in der Klammer die Vorzeichen um:

$$(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = \frac{1}{4}(e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}) = \frac{1}{4}4 = 1$$

Das war's!