



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

# Gleichungen mit Sinus, Cosinus und Tangens mit zwei Winkelfunktionen verschiedener Argumente

**TRIGONOMETRISCHE GLEICHUNGEN**

$\cos(x) - \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$

- Schritt 1: Gleichung vereinfachen
  - eine Winkelfunktion
  - ein Argument
- Schritt 2: Gleichung lösen
  - höchste Potenz 1: Gleichung lösen
  - höchste Potenz 2: Quadratische Gleichung lösen durch Substitution
- Schritt 3: Probe

- 1 **Bestimme die richtigen Paare.**
- 2 Bestimme die richtigen Aussagen zur trigonometrischen Gleichung  $\cos(x) - \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$
- 3 Gib die Schritte zur Lösung der Gleichung  $\cos(x) - \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$  an.
- 4 Bestimme die Lösungsmenge der trigonometrischen Gleichung.
- 5 Arbeite die beiden Lösungen der trigonometrischen Gleichung heraus.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com



## Bestimme die richtigen Paare.

Verbinde dafür die passenden Ausdrücke miteinander.

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

A

$$\cos(x)$$

B

$$\cos(x) - \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$$

C

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

D

1  $2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

2  $L = \{60^\circ, -180^\circ\}$

3  $1 - 2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$

4  $2z^2 + z + 1 = 0$

5  $z^2 + \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$

6  $\frac{x}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 5

### Bestimme die richtigen Paare.

#### 1. Tipp

In der Gleichung  $\cos^2(x) + 2 \cos(x) = 3$  kann man  $\cos(x)$  durch bspw.  $z$  ersetzen bzw. substituieren. Man erhält dann:  $z^2 + 2z = 3$ .

---

#### 2. Tipp

$$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$$

$$\cos(x) = \cos\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right)$$

Mit Hilfe der beiden Gleichungen kannst du eine weitere Gesetzmäßigkeit für den Kosinus bzw. für  $\cos(x)$  aufstellen.

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 5

### Bestimme die richtigen Paare.

**Lösungsschlüssel:** A—5 // B—3 // C—2 // D—6

1. Wir betrachten als Erstes die Gleichung  $\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$ . Dies ist eine trigonometrische Gleichung, die wir lösen können, wenn wir das Verfahren der Substitution anwenden. Hierfür setzen wir  $z = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ , womit  $z^2 + \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}$  folgt.

2. Aus dem Tafelwerk kannst du die Beziehung  $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$  nachschlagen. Außerdem gilt:  $\cos(x) = \cos\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right)$ , womit insgesamt  $\cos(x) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$  gilt.

3. Die Lösungen der trigonometrischen Gleichung  $\cos(x) - \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$  sind  $60^\circ$  und  $-180^\circ$ , denn es gilt:  $\cos(60^\circ) - \sin\left(\frac{60^\circ}{2}\right) = \cos(60^\circ) - \sin(30^\circ) = 0,5 - 0,5 = 0$  und  $\cos(-180^\circ) - \sin\left(\frac{-180^\circ}{2}\right) = \cos(-180^\circ) - \sin(-90^\circ) = -1 - (-1) = 0$ .

4. Zum Schluss betrachten wir  $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$ . Wenden wir auf beiden Seiten der Gleichung den  $\arcsin$  an, dann erhalten wir  $\frac{x}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ . Der Taschenrechner ermittelt für  $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$  einen Wert von  $30^\circ$ , weshalb wir auch gleich etwas kompakter  $\frac{x}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$  schreiben können.

Die Ausdrücke  $2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$  und  $2z^2 + z + 1 = 0$  bleiben also ohne Zuordnung.