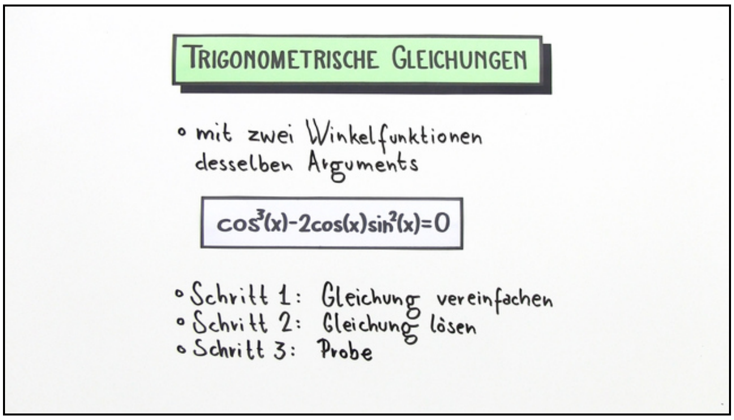
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Gleichungen mit Sinus, Cosinus und Tangens mit zwei Winkelfunktionen desselben Arguments



1. **Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.**
2. Stelle einige Gesetzmäßigkeiten von Winkelfunktionen dar, die zur Lösung unserer Gleichung benötigt werden.
3. Bestimme die Lösungen der angegebenen trigonometrischen Gleichung.
4. Erschließe dir den Lösungsweg zur gegebenen trigonometrischen Gleichung.
5. Ermittle die Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(x) - \cos(x)$
6. Entscheide, welche der folgenden Aussagen korrekt sind.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

Wähle dafür die richtigen Aussagen aus.

- [ ] **A** Aus der Gleichung $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ kann man $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$ oder $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ folgern.
- [ ] **B** Die Lösungen der Gleichung $\cos(x) = 0$ ergeben sich aus $x_k = (k+1) \cdot 90^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$.
- [ ] **C** Man kann $\cos(x)$ aus dem Term $\cos^3(x) - 2\cos(x) \cdot \sin^2(x)$ ausklammern.
- [ ] **D** Es gilt $\dfrac{\cos(x)}{\sin(x)} = \tan(x)$.
- [ ] **E** Es gilt die Äquivalenz: $\dfrac{1}{3} = \sin^2(x) \iff \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}} = \sin(x)$.

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

1. Tipp

Es ist $x^2 + y^2 = 1$ äquivalent zu $y^2 = 1 - x^2$ oder $x^2 = 1 - y^2$.

---

2. Tipp

Es gilt $\cos(180^\circ) = -1 \neq 0$, weshalb 180° keine Lösung der Gleichung $\cos(x) = 0$ ist.

---

3. Tipp

Der Tangens ist an der Stelle 0° definiert, denn es ist $\tan(0^\circ) = 0$. Demzufolge müsste das auch für den Quotienten $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ zutreffen. Tut es das auch?

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

Lösungsschlüssel: A, C, E

Wir betrachten jede Aussage separat.

1. *Aus der Gleichung* $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ *kann man* $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$ *oder* $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ *folgern.*

Diese Aussage ist **wahr**, denn es handelt sich hierbei lediglich um Äquivalenzumformungen, d.h. es gilt

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \quad \overset{-\sin^2(x)}{\Leftrightarrow} \quad \cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$$

oder

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \quad \overset{-\cos^2(x)}{\Leftrightarrow} \quad \sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

2. *Die Lösungen der Gleichung* $\cos(x) = 0$ *ergeben sich aus* $x_k = (k+1) \cdot 90^\circ$ *mit* $k \in \mathbb{Z}$.

Wir betrachten hierfür $x_1 = (1+1) \cdot 90^\circ = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$. Es gilt nun $\cos(180^\circ) = -1 \neq 0$, weshalb diese Aussage **falsch** ist.

3. *Man kann* $\cos(x)$ *aus dem Term* $\cos^3(x) - 2\cos(x) \cdot \sin^2(x)$ *ausklammern.*

Es gilt $\cos^3(x) - 2\cos(x) \cdot \sin^2(x) = \cos(x) \cdot \left(\cos^2(x) - 2\sin(x)\right)$, weshalb man $\cos(x)$ ausklammern kann und diese Aussage damit **wahr** ist.

4. *Es gilt* $\frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \tan(x)$.

Wir wissen, dass $\tan(0^\circ) = 0$ ist. Damit würde

$$0 = \tan(0^\circ) = \frac{\cos(0^\circ)}{\sin(0^\circ)} = \frac{1}{0}$$

folgen, was nicht möglich ist, da man durch die Zahl Null nicht teilen kann. Die Gleichung wäre damit nicht erfüllt, womit die Aussage **falsch** ist.

5. *Es gilt die Äquivalenz:* $\frac{1}{3} = \sin^2(x) \quad \Leftrightarrow \quad \pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$.

Die Gleichung $\frac{1}{3} = \sin^2(x)$ besitzt aufgrund des Quadrates zwei Lösungen, eine positive und eine negative Lösung. Zieht man also auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel, dann erhält man gerade $\pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$.

Aus der Gleichung $\pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$ erhält man andersherum durch Quadrieren auf beiden Seiten die Gleichung $\frac{1}{3} = \sin^2(x)$.

Die Äquivalenz gilt damit und die Aussage ist **wahr**.