



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Gleichungen mit Sinus, Cosinus und Tangens mit zwei Winkelfunktionen desselben Arguments

TRIGONOMETRISCHE GLEICHUNGEN

- mit zwei Winkelfunktionen desselben Arguments

$$\cos^3(x) - 2\cos(x)\sin^2(x) = 0$$

- Schritt 1: Gleichung vereinfachen
- Schritt 2: Gleichung lösen
- Schritt 3: Probe

- 1 **Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.**
- 2 Stelle einige Gesetzmäßigkeiten von Winkelfunktionen dar, die zur Lösung unserer Gleichung benötigt werden.
- 3 Bestimme die Lösungen der angegebenen trigonometrischen Gleichung.
- 4 Erschließe dir den Lösungsweg zur gegebenen trigonometrischen Gleichung.
- 5 Ermittle die Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(x) - \cos(x)$
- 6 Entscheide, welche der folgenden Aussagen korrekt sind.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

Wähle dafür die richtigen Aussagen aus.



- A** Aus der Gleichung $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ kann man $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$ oder $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ folgern.
- B** Die Lösungen der Gleichung $\cos(x) = 0$ ergeben sich aus $x_k = (k + 1) \cdot 90^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$.
- C** Man kann $\cos(x)$ aus dem Term $\cos^3(x) - 2 \cos(x) \cdot \sin^2(x)$ ausklammern.
- D** Es gilt $\frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \tan(x)$.
- E** Es gilt die Äquivalenz: $\frac{1}{3} = \sin^2(x) \iff \pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$.



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

1. Tipp

Es ist $x^2 + y^2 = 1$ äquivalent zu $y^2 = 1 - x^2$ oder $x^2 = 1 - y^2$.

2. Tipp

Es gilt $\cos(180^\circ) = -1 \neq 0$, weshalb 180° keine Lösung der Gleichung $\cos(x) = 0$ ist.

3. Tipp

Der Tangens ist an der Stelle 0° definiert, denn es ist $\tan(0^\circ) = 0$. Demzufolge müsste das auch für den Quotienten $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ zutreffen. Tut es das auch?



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Gib an, welche der folgenden Sätze korrekt sind.

Lösungsschlüssel: A, C, E

Wir betrachten jede Aussage separat.

1. Aus der Gleichung $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ kann man $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$ oder $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ folgern.

Diese Aussage ist **wahr**, denn es handelt sich hierbei lediglich um Äquivalenzumformungen, d.h. es gilt

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \quad \stackrel{-\sin^2(x)}{\Leftrightarrow} \quad \cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$$

oder

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \quad \stackrel{-\cos^2(x)}{\Leftrightarrow} \quad \sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

2. Die Lösungen der Gleichung $\cos(x) = 0$ ergeben sich aus $x_k = (k + 1) \cdot 90^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$.

Wir betrachten hierfür $x_1 = (1 + 1) \cdot 90^\circ = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$. Es gilt nun $\cos(180^\circ) = -1 \neq 0$, weshalb diese Aussage **falsch** ist.

3. Man kann $\cos(x)$ aus dem Term $\cos^3(x) - 2\cos(x) \cdot \sin^2(x)$ ausklammern.

Es gilt $\cos^3(x) - 2\cos(x) \cdot \sin^2(x) = \cos(x) \cdot (\cos^2(x) - 2\sin^2(x))$, weshalb man $\cos(x)$ ausklammern kann und diese Aussage damit **wahr** ist.

4. Es gilt $\frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \tan(x)$.

Wir wissen, dass $\tan(0^\circ) = 0$ ist. Damit würde

$$0 = \tan(0^\circ) = \frac{\cos(0^\circ)}{\sin(0^\circ)} = \frac{1}{0}$$

folgen, was nicht möglich ist, da man durch die Zahl Null nicht teilen kann. Die Gleichung wäre damit nicht erfüllt, womit die Aussage **falsch** ist.

5. Es gilt die Äquivalenz: $\frac{1}{3} = \sin^2(x) \Leftrightarrow \pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$.

Die Gleichung $\frac{1}{3} = \sin^2(x)$ besitzt aufgrund des Quadrates zwei Lösungen, eine positive und eine negative Lösung. Zieht man also auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel, dann erhält man gerade $\pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$.

Aus der Gleichung $\pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \sin(x)$ erhält man andersherum durch Quadrieren auf beiden Seiten die Gleichung $\frac{1}{3} = \sin^2(x)$.

Die Äquivalenz gilt damit und die Aussage ist **wahr**.