



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Gegenseitige Lage Ebene-Ebene – Beispiele

Lage Ebene-Ebene

Parametergleichung
 $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v} \quad r, s \in \mathbb{R}$

Koordinatengleichung
 $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = c \quad c \in \mathbb{R}$

EINSETZEN

**GEGENSEITIGE LAGE
EBENE-EBENE**

Aufgabe

Die Punkte A, B und C liegen in der Ebene E

A	2	1	-3
B	3	1	-4
C	4	2	-3

(1) $r = a \cdot s + b \quad a, b \in \mathbb{R}$
→ Ebenen schneiden sich

(2) $0 = 0$ (wahre Aussage)
→ Ebenen sind identisch

(3) $a = b, a \neq b$ (falsche Aussage)
→ Ebenen sind parallel

- 1 Bestimme die richtigen Aussagen zur Lagebeziehung zweier Ebenen.
 - 2 Stelle die Lagebeziehung der Ebenen E und F dar.
 - 3 Gib die gegenseitige Lage zwischen den Ebenen E und G an.
 - 4 Ermittle die gegenseitige Lage zwischen der Ebene E und den Ebenen F, G, H und I .
 - 5 Entscheide, welche der Aussagen zur gegenseitigen Lage von Ebenen korrekt sind.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

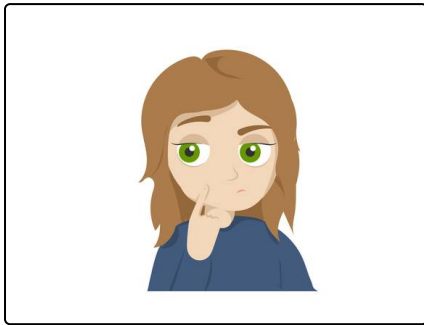


Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Bestimme die richtigen Aussagen zur Lagebeziehung zweier Ebenen.

Wähle die entsprechenden Aussagen dazu aus.



Überlege dir gut, welche der Aussagen **wahr** und welche **falsch** sind. Mache dir dazu gegebenenfalls Notizen und versuche nicht alles im Kopf zu lösen.

- Die Gleichung $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ nennt man auch Koordinatengleichung. **A**
- Eine Parametergleichung einer Ebene kann man zeilenweise notieren und die erste Zeile für die x -Koordinate, die zweite Zeile für die y -Koordinate und die dritte Zeile für die z -Koordinate der Ebenengleichung $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C$ mit $C \in \mathbb{R}$ einsetzen. **B**
- Erhält man nach einigen Umformungsschritten $0 = 0$ bzw. eine wahre Aussage, dann sind die betrachteten Ebenen identisch. **C**
- Sind $A = (2, 1, -3)$, $B = (3, 1, -4)$ und $C = (4, 2, -3)$, dann ist $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eine Ebenengleichung, die durch die Vektoren \vec{AB} und \vec{AC} aufgespannt wird. **D**



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 5

Bestimme die richtigen Aussagen zur Lagebeziehung zweier Ebenen.

1. Tipp

Eine Koordinatengleichung hat die Form $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C$ mit $C \in \mathbb{R}$.

2. Tipp

$$M: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Es sind $A = (2, 2, -1)$, $B = (3, 5, -2)$ und $C = (-4, 1, 0)$. Die Ebene M wird durch die Spannvektoren \vec{AB} und \vec{AC} aufgespannt, denn es ist

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ 5 - 2 \\ -2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 - 2 \\ 1 - 2 \\ 0 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 5**Bestimme die richtigen Aussagen zur Lagebeziehung zweier Ebenen.****Lösungsschlüssel:** B, C

1. „Die Gleichung $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ nennt man auch Koordinatengleichung.“

Die Gleichung $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ nennt man insbesondere wegen der Parameter r und s auch Parametergleichung. Eine Koordinatengleichung hat die Form $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C$ mit $C \in \mathbb{R}$. Die Aussage ist also **falsch**.

2. „Eine Parametergleichung einer Ebene kann man zeilenweise notieren und die erste Zeile für die x -Koordinate, die zweite Zeile für die y -Koordinate und die dritte Zeile für die z -Koordinate der Ebenengleichung $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C$ mit $C \in \mathbb{R}$ einsetzen.“

Eine beliebige Parametergleichung einer Ebene besitzt die Form $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$. Der Vektor \vec{x} selbst besitzt drei Koordinaten, die man üblicherweise mit x_1, x_2 und x_3 oder, sofern Verwechslungen ausgeschlossen werden können, mit x, y und z bezeichnet. Die Vektoren \vec{p}, \vec{u} und \vec{v} lassen sich ebenfalls mit ihren drei Einträgen schreiben. Die Parametergleichung kann man also auch folgendermaßen notieren:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

Jetzt kann man die Gleichung zeilenweise aufschreiben, d.h. wir erhalten

$$x = p_1 + r \cdot u_1 + s \cdot v_1$$

$$y = p_2 + r \cdot u_2 + s \cdot v_2$$

$$z = p_3 + r \cdot u_3 + s \cdot v_3$$

Nun können wir ganz einfach den Term für x, y und z in die Ebenengleichung $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C$ mit $C \in \mathbb{R}$ einsetzen. Die Aussage ist also **wahr**.

3. „Erhält man nach einigen Umformungsschritten $0 = 0$ bzw. eine wahre Aussage, dann sind die betrachteten Ebenen identisch.“

Ist E eine beliebige Ebene in Parameterform und F eine Ebene in Koordinatenform. Dann kann man E in F wie in 2.) beschrieben einsetzen und man erhält eine Gleichung. Diese Gleichung lässt sich durch geeignete Umformungsschritte vereinfachen. Kommt man dabei zu einer wahren Aussage, wie z.B. $0 = 0$ oder $13 = 13$ o.ä., dann sind die Ebenen E und F identisch. Die Aussage ist also **wahr**.

4. „Sind $A = (2, 1, -3), B = (3, 1, -4)$ und $C = (4, 2, -3)$, dann ist

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eine Ebenengleichung, die durch die Vektoren \vec{AB} und \vec{AC} aufgespannt wird.“

Die Vektoren \vec{AB} und \vec{AC} berechnen sich wie folgt:



Arbeitsblatt: Gegenseitige Lage Ebene-Ebene – Beispiele

Mathematik / Lineare Algebra und Analytische Geometrie / Ebenen – Gleichungen und Lagebeziehungen / Gegenseitige Lage Ebene-Ebene / Gegenseitige Lage Ebene-Ebene – Beispiele

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ 1 - 1 \\ -4 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 2 - 1 \\ -3 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Da die Vektoren \vec{AC} und der zweite Spann- oder Richtungsvektor von E nicht gleich bzw. kein Vielfaches voneinander sind, spannen die Vektoren \vec{AB} und \vec{AC} die Ebene E nicht auf. Die Aussage ist damit **falsch**.