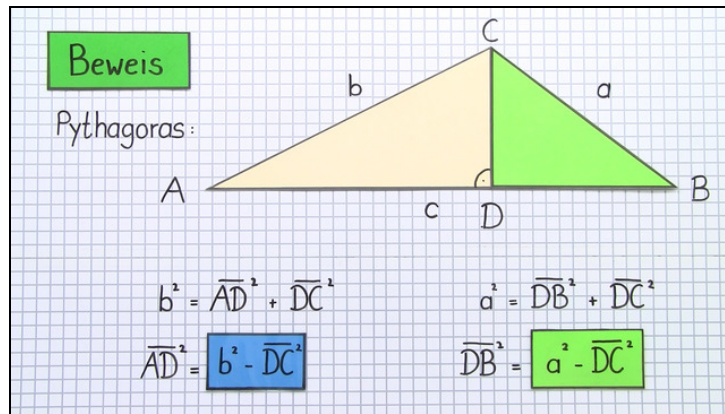




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Additionssätze $\cos(a+b)$ und $\cos(a-b)$ - Herleitung und Beweis



- 1 **Gib den Beweis des Additionssatzes $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ wieder.**
- 2 **Gib die beiden Additionssätze für den Kosinus an.**
- 3 **Berechne $\cos(75^\circ)$ mit Hilfe des Additionssatzes $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.**
- 4 **Begründe den trigonometrischen Pythagoras $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ mit einem Additionssatz.**
- 5 **Leite eine Formel für $\cos(2 \cdot \alpha)$ her.**
- + **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com



Gib den Beweis des Additionssatzes

$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ wieder.

Bringe die einzelnen Schritte in die richtige Reihenfolge.

Wir wollen den Kosinussatz für $\cos(\alpha - \beta)$ mit der Formel für $\cos(\alpha + \beta)$ herleiten.

Unter Verwendung der Symmetrien

- des Sinus: $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ sowie
- des Kosinus: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

erhält man

Es gilt der Additionssatz $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.

Somit ist der Additionssatz bewiesen: $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.

Damit ist $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(-\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(-\beta)$.

$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot (-\sin(\beta))$.

RICHTIGE REIHENFOLGE



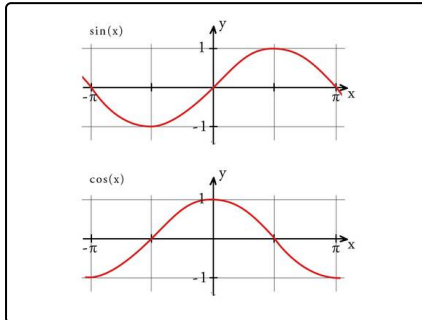
Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 5

Gib den Beweis des Additionssatzes

$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ wieder.

1. Tipp



Die Sinusfunktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

Die Kosinusfunktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

2. Tipp

Ersetze in der bekannten Formel für $\cos(\alpha + \beta)$ den Winkel β durch $-\beta$.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 5

Gib den Beweis des Additionssatzes

$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ wieder.

Lösungsschlüssel: B, D, A, E, C

Zum Nachweis des Additionssatzes $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ wird der Additionssatz $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ verwendet.

Zusätzlich benötigt man Symmetrieeigenschaften

- des Sinus: $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$, d.h. die Sinusfunktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.
- des Kosinus: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$, d.h. die Kosinusfunktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

Wir berechnen:

$$\begin{aligned}\cos(\alpha - \beta) &= \cos(\alpha) \cdot \cos(-\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(-\beta) \\ &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot (-\sin(\beta)) \\ &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta).\end{aligned}$$