



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofator.com](https://www.sofator.com)

Gegenseitige Lage Punkt-Ebene

Aufgabe

Die Punkte A, B und C liegen in der Ebene E_{ABC}

$A(4|3|0)$
 $B(5|5|-1)$
 $C(2|2|3)$

Liegen P und Q in der Ebene E_{ABC} ?

$P(1|0|4)$
 $Q(-1|-5|5)$

- 1 Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.
- 2 Gib die Koordinatengleichung der Ebene E_{ABC} an.
- 3 Bestimme, welcher der beiden Punkte in der Ebene liegt und welcher nicht.
- 4 Untersuche, welche der angegebenen Punkte in der Ebene liegen.
- 5 Prüfe, für welchen Parameter a ein Punkt der Punkteschar $P_a(a|a|-2)$ auf der Ebene liegt.
- 6 Berechne den Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofator.com](https://www.sofator.com)



Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

Wähle die korrekten Aussagen über Punkte in einer Ebene aus.

- A
Bei der Parametergleichung einer Ebene muss man nur die Koordinaten des Punktes einsetzen.
- B
Bei der Parametergleichung einer Ebene muss ein lineares Gleichungssystem gelöst werden.
- C
Ist die Normalengleichung einer Ebene gegeben, so muss eine quadratische Gleichung gelöst werden.
- D
Ist die Koordinatengleichung einer Ebene gegeben, so muss der Punkt eingesetzt werden. Ist die Koordinatengleichung erfüllt, liegt der Punkte in der Ebene, ansonsten nicht.



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

1. Tipp

Die Parametergleichung einer Ebene lautet:

$$E: \vec{x} = \vec{a} + r\vec{u} + s\vec{v}.$$

Dabei ist

- \vec{a} der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
 - \vec{u} sowie \vec{v} sind die Richtungsvektoren der Ebene.
-

2. Tipp

Die Normalengleichung einer Ebene lautet:

$$E: (\vec{x} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0.$$

Dabei ist

- \vec{a} der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
 - \vec{n} der Normalenvektor der Ebene. Dieser steht senkrecht auf der Ebene.
-

3. Tipp

Die Koordinatengleichung einer Ebene lautet:

$$E: n_1x + n_2y + n_3z = d.$$

Dabei ist

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \text{ der Normalenvektor der Ebene und } d = \vec{a} \cdot \vec{n}.$$



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

Lösungsschlüssel: B, D

Die Parametergleichung einer Ebene lautet:

$$E : \vec{x} = \vec{a} + r\vec{u} + s\vec{v}.$$

Dabei ist

- \vec{a} der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
- \vec{u} sowie \vec{v} sind die Richtungsvektoren der Ebene.

Durch das Vektorprodukt der beiden Richtungsvektoren erhält man einen Vektor, der auf der Ebene senkrecht steht, den Normalenvektor \vec{n} . Somit ist die Normalengleichung einer Ebene gegeben durch:

$$E : (\vec{x} - \vec{a})\vec{n} = 0.$$

Die Koordinatengleichung einer Ebene lässt sich durch Ausmultiplizieren der Normalengleichung herleiten.

Wird nun die Lage eines Punktes zu einer Ebene untersucht, so kann jede dieser Darstellungen gewählt werden:

- Der Ortsvektor des Punktes P wird für \vec{x} in der Parametergleichung eingesetzt. Dies führt zu einem linearen Gleichungssystem, welches recht aufwändig zu lösen ist.
- Der Ortsvektor des Punktes P kann auch für \vec{x} in der Normalengleichung eingesetzt werden. Dann wird diese ausmultipliziert.
- Am schnellsten erfolgt die Überprüfung mit der Koordinatengleichung. Hier werden die Koordinaten des Punktes für x , y und z eingesetzt. Ist die Gleichung erfüllt, liegt der Punkt in der Ebene, ansonsten nicht.