Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Gegenseitige Lage Punkt-Ebene

1. **Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.**
2. Gib die Koordinatengleichung der Ebene E_{ABC} an.
3. Bestimme, welcher der beiden Punkte in der Ebene liegt und welcher nicht.
4. Untersuche, welche der angegebenen Punkte in der Ebene liegen.
5. Prüfe, für welchen Parameter a ein Punkt der Punkteschar $P_a(a|a|-2)$auf der Ebene liegt.
6. Berechne den Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

Wähle die korrekten Aussagen über Punkte in einer Ebene aus.

- [ ] **A** Bei der Parametergleichung einer Ebene muss man nur die Koordinaten des Punktes einsetzen.
- [ ] **B** Bei der Parametergleichung einer Ebene muss ein lineares Gleichungssystem gelöst werden.
- [ ] **C** Ist die Normalengleichung einer Ebene gegeben, so muss eine quadratische Gleichung gelöst werden.
- [ ] **D** Ist die Koordinatengleichung einer Ebene gegeben, so muss der Punkt eingesetzt werden. Ist die Koordinatengleichung erfüllt, liegt der Punkte in der Ebene, ansonsten nicht.

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

1. Tipp

Die Parametergleichung einer Ebene lautet:

$E: \vec{x} = \vec{a} + r\vec{u} + s\vec{v}.$

Dabei ist

- $\vec{a}$ der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
- $\vec{u}$ sowie $\vec{v}$ sind die Richtungsvektoren der Ebene.

---

2. Tipp

Die Normalengleichung einer Ebene lautet:

$E: (\vec{x} - \vec{a})\vec{n} = 0.$

Dabei ist

- $\vec{a}$ der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
- $\vec{n}$ der Normalenvektor der Ebene. Dieser steht senkrecht auf der Ebene.

---

3. Tipp

Die Koordinatengleichung einer Ebene lautet:

$E: n_1x + n_2y + n_3z = d.$

Dabei ist

$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ der Normalenvektor der Ebene und $d = \vec{a} \cdot \vec{n}.$

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Nenne das allgemeine Vorgehen zur Überprüfung, ob ein Punkt in einer Ebene liegt oder nicht.

Lösungsschlüssel: B, D

Die Parametergleichung einer Ebene lautet:

$E : \vec{x} = \vec{a} + r\vec{u} + s\vec{v}$.

Dabei ist
- $\vec{a}$ der Stützvektor der Ebene, der Ortsvektor eines beliebigen Punktes der Ebene und
- $\vec{u}$ sowie $\vec{v}$ sind die Richtungsvektoren der Ebene.

Durch das Vektorprodukt der beiden Richtungsvektoren erhält man einen Vektor, der auf der Ebene senkrecht steht, den Normalenvektor $\vec{n}$. Somit ist die Normalengleichung einer Ebene gegeben durch:

$E : (\vec{x} - \vec{a})\vec{n} = 0$.

Die Koordinatengleichung einer Ebene lässt sich durch Ausmultiplizieren der Normalengleichung herleiten.

Wird nun die Lage eines Punktes zu einer Ebene untersucht, so kann jede dieser Darstellungen gewählt werden:
- Der Ortsvektor des Punktes P wird für $\vec{x}$ in der Parametergleichung eingesetzt. Dies führt zu einem linearen Gleichungssystem, welches recht aufwändig zu lösen ist.
- Der Ortsvektor des Punktes P kann auch für $\vec{x}$ in der Normalengleichung eingesetzt werden. Dann wird diese ausmultipliziert.
- Am schnellsten erfolgt die Überprüfung mit der Koordinatengleichung. Hier werden die Koordinaten des Punktes für x, y und z eingesetzt. Ist die Gleichung erfüllt, liegt der Punkt in der Ebene, ansonsten nicht.