



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

# Additionssätze $\sin(a+b)$ und $\sin(a-b)$ – Herleitung und Beweis

**Additionssätze**

$$1) \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

- 1 **Vervollständige den Beweis des Additionssatzes  $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$**
- 2 **Gib den Sinussatz an.**
- 3 **Ergänze den Beweis des Additionssatzes  $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ .**
- 4 **Berechne den Sinuswert von  $135^\circ$ .**
- 5 **Leite mit einem Additionssatz her, dass  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$  gilt.**
- 6 **Stelle mit Hilfe eines Additionssatzes eine Formel für  $\sin(2\alpha)$  auf.**
- + **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**



Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

**Vervollständige den Beweis des Additionssatzes**

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).$$

Setze die fehlenden Begriffe oder Terme in die Lücken ein.

punktsymmetrisch	y-Achse	x-Achse	$-\alpha$	$-\beta$	$-\cos(\beta)$	$\cos(\beta)$
$-\sin(\beta)$	Koordinatenursprung	$\sin(\beta)$	$-\sin(\alpha)$	achsensymmetrisch		

1 Es gilt der Additionssatz:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).$$

Nun ersetzen wir in diesem Satz  $\beta$  durch .....<sup>1</sup> und erhalten:

$$\sin(\alpha + (-\beta)) = \sin(\alpha) \cdot \cos(-\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(-\beta).$$

2 Da die Kosinusfunktion .....<sup>2</sup> zur

.....<sup>3</sup> ist und somit  $\cos(-\beta) =$

.....<sup>4</sup> gilt, und weil die Sinusfunktion

.....<sup>5</sup> zum .....<sup>6</sup> ist

und somit  $\sin(-\beta) =$  .....<sup>7</sup> gilt, stimmt folgende

Gleichung:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

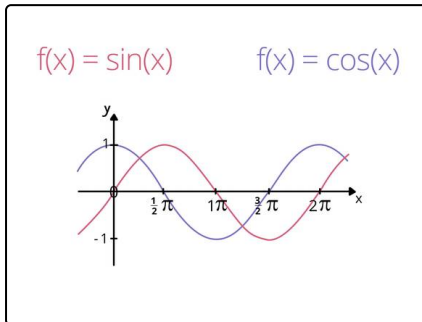


## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 6

### Vervollständige den Beweis des Additionssatzes $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ .

#### 1. Tipp



Schau dir den Verlauf der Sinus- und Kosinusfunktion an.

#### 2. Tipp

Wenn eine Funktion achsensymmetrisch ist, zu welcher Achse ist sie dann symmetrisch?

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 6

### Vervollständige den Beweis des Additionssatzes

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).$$

**Lösungsschlüssel:** 1:  $-\beta$  // 2: achsensymmetrisch // 3: y-Achse // 4:  $\cos(\beta)$  // 5: punktsymmetrisch // 6: Koordinatenursprung // 7:  $-\sin(\beta)$

Es wird der Additionssatz

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

verwendet. Um den Satz für  $\sin(\alpha - \beta)$  zu beweisen, wird in dem Additionssatz  $\beta$  durch  $-\beta$  ersetzt.

$$\sin(\alpha + (-\beta)) = \sin(\alpha) \cdot \cos(-\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(-\beta).$$

Es gilt:

- die Kosinusfunktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse, das heißt  $\cos(-\beta) = \cos(\beta)$ , sowie
- die Sinusfunktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, also  $\sin(-\beta) = -\sin(\beta)$ .

Wenn man diese beiden Eigenschaften verwendet, erhält man

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + (-\beta)) &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot (-\sin(\beta)) \\ &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).\end{aligned}$$

Dies ist der gesuchte Additionssatz.