



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

## Abstand Punkt-Gerade im Raum ( $\mathbb{R}^3$ )



- 1 **Bestimme die Hilfsebene  $H$ .**
- 2 **Gib die Hilfsebene  $H$  in ihrer Koordinatenform an.**
- 3 **Bestimme den Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der Hilfsebene  $H$ .**
- 4 **Ermittle den Abstand, den die Gerade und der Punkt voneinander haben.**
- 5 **Ergänze die Rechenschritte, um den Abstand von Punkt und Gerade zu bestimmen.**
- 6 **Entscheide, welche der Punkte die Anforderungen erfüllen.**
- + **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



## Bestimme die Hilfsebene $H$ .

Wähle die richtige Hilfsebene aus den unten stehenden Möglichkeiten aus.

Gegeben sind der Punkt  $P(2|1|8)$  und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Wie müsste eine Hilfsebene  $H$  aussehen, damit man den Abstand zwischen Punkt und Gerade ermitteln kann?

$H: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$  **A**

$H: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$  **B**

$H: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$  **C**

$H: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$  **D**



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 6

### Bestimme die Hilfsebene $H$ .

#### 1. Tipp

Folgende Merkmale der Ebene sind in der Normalenform enthalten:

$E : [\vec{x} - \vec{x}_0] \cdot \vec{n} = 0$ , wobei  $\vec{x}_0$  der Stützvektor und  $\vec{n}$  der Normalenvektor der Ebene ist.

---

#### 2. Tipp

**Abstand** bedeutet die kürzeste Entfernung. Dazu muss die Verbindungsstrecke von  $g$  zu  $P$  **orthogonal** zu  $g$  sein.

---

#### 3. Tipp

Auch die Hilfsebene  $H$  muss orthogonal zur Geraden  $g$  sein.

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 6

### Bestimme die Hilfsebene $H$ .

**Lösungsschlüssel:** B

Allgemein sieht eine Normalengleichung so aus:

$$E: [\vec{x} - \vec{x}_0] \cdot \vec{n} = 0$$

Sie enthält in der Klammer den Stützvektor der Ebene und außerhalb davon den Normalenvektor der Ebene.

Als Stützvektor dient uns Punkt  $P$ , somit gilt:

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Damit kommen nur noch die zweite und dritte Darstellung der Hilfsebene in Frage. Zum Schluss brauchen wir noch den Normalenvektor der Ebene.

Da die Hilfsebene orthogonal zur Gerade  $g$  sein soll, können wir einfach den Richtungsvektor als Normalenvektor der Ebene verwenden. Es gilt:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Somit kommt nur die zweite Möglichkeit als Darstellung unserer Hilfsebene in Frage.

$$H: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$