



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Abstand Punkt-Gerade im Raum (\mathbb{R}^3)



- 1 Bestimme die Hilfsebene H .
- 2 Gib die Hilfsebene H in ihrer Koordinatenform an.
- 3 Bestimme den Schnittpunkt der Geraden g mit der Hilfsebene H .
- 4 Ermittle den Abstand, den die Gerade und der Punkt voneinander haben.
- 5 Ergänze die Rechenschritte, um den Abstand von Punkt und Gerade zu bestimmen.
- 6 Entscheide, welche der Punkte die Anforderungen erfüllen.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Bestimme die Hilfsebene H .

Wähle die richtige Hilfsebene aus den unten stehenden Möglichkeiten aus.

Gegeben sind der Punkt $P(2|1|8)$ und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Wie müsste eine Hilfsebene H aussehen, damit man den Abstand zwischen Punkt und Gerade ermitteln kann?

$H: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$ A

$H: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ B

$H: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ C

$H: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ D



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Bestimme die Hilfsebene H .

1. Tipp

Folgende Merkmale der Ebene sind in der Normalenform enthalten:

$E : [\vec{x} - \vec{x}_0] \cdot \vec{n} = 0$, wobei \vec{x}_0 der Stützvektor und \vec{n} der Normalenvektor der Ebene ist.

2. Tipp

Abstand bedeutet die kürzeste Entfernung. Dazu muss die Verbindungsstrecke von g zu P **orthogonal** zu g sein.

3. Tipp

Auch die Hilfsebene H muss orthogonal zur Geraden g sein.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Bestimme die Hilfsebene H .

Lösungsschlüssel: B

Allgemein sieht eine Normalengleichung so aus:

$$E: [\vec{x} - \vec{x}_0] \cdot \vec{n} = 0$$

Sie enthält in der Klammer den Stützvektor der Ebene und außerhalb davon den Normalenvektor der Ebene.

Als Stützvektor dient uns Punkt P , somit gilt:

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Damit kommen nur noch die zweite und dritte Darstellung der Hilfsebene in Frage. Zum Schluss brauchen wir noch den Normalenvektor der Ebene.

Da die Hilfsebene orthogonal zur Gerade g sein soll, können wir einfach den Richtungsvektor als Normalenvektor der Ebene verwenden. Es gilt:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Somit kommt nur die zweite Möglichkeit als Darstellung unserer Hilfsebene in Frage.

$$H: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$