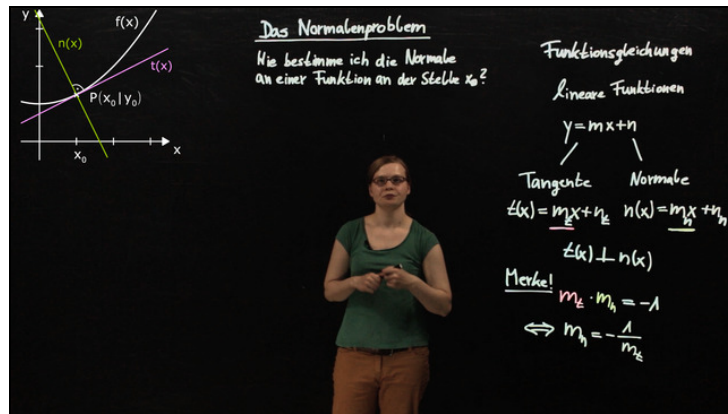




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

# Normalenproblem – Normale in einem Punkt bestimmen



- 1 **Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle  $x_0$  an.**
- 2 Beschreibe, was eine Normale ist.
- 3 Bestimme die Gleichung der Normalen.
- 4 Entscheide, welche der linearen Funktionen die Normale zu  $f$  im Punkt  $x_0$  ist.
- 5 Berechne den Schnittpunkt der Normalen.
- 6 Weise nach, dass die Normalengleichung auch in der Form  $n(x) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) + y_0$  angegeben werden kann.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



## Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle $x_0$ an.

Bringe die einzelnen Rechenschritte in die richtige Reihenfolge.

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5; x_0 = -1$$

Wie lautet die Normalengleichung  $n(x) = m_n \cdot x + n_n$ ?

Somit ist die Normalengleichung gegeben durch  $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$ . A

Es gilt also  $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$ . B

$-3 = \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n$ . Dies ist äquivalent zu  $n_n = -2\frac{3}{4}$ . C

Die Steigung der Normalen ist gegeben durch  $m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{1}{4}$ . D

Berechnung von  $n_n$  durch Einsetzen des Punktes  $P(-1 | -3)$  in  $n(x)$ : E

Berechnung des Anstiegs der Tangente. Dieser ist  $m_t = f'(-1) = -4$ . F

RICHTIGE REIHENFOLGE



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 6

### Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle $x_0$ an.

#### 1. Tipp

Tangente und Normale stehen senkrecht zueinander.

- Wie ist der Anstieg der Tangente gegeben?
  - Wie hängen der Anstieg der Tangente und der der Normalen zusammen?
- 

#### 2. Tipp

Die Ableitung von  $f$  ist nach der Produktregel  $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$ . Durch Einsetzen von  $x_0 = -1$  in diese Ableitung erhältst du den Anstieg der Tangente  $m_t$ .

---

#### 3. Tipp

Es gilt  $m_t \cdot m_n = -1$ . Dabei ist  $m_t$  der Anstieg der Tangente und  $m_n$  der der Normalen.

---

#### 4. Tipp

Um den Schnittpunkt mit der y-Achse  $n_n$  zu berechnen, wird der Punkt  $P(x_0|y_0)$  verwendet. Für  $x_0 = -1$  ist  $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$ .

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 6

### Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle $x_0$ an.

**Lösungsschlüssel:** F, D, B, E, C, A

Die Normalengleichung lautet  $n(x) = m_n \cdot x + n_n$ . Die Normale steht senkrecht auf der Tangente mit dem Anstieg  $m_t$ . Das heißt, man muss zunächst den Anstieg der Tangente berechnen, um dann über die Formel  $m_n = -\frac{1}{m_t}$  den Anstieg der Normalen zu erhalten.

•  $m_t = f'(-1)$ . Die Ableitung von  $f$  ist nach der Potenzregel gegeben durch  $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$ . Damit ist  $f'(-1) = 4 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) = -4$ .

•  $m_n = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}$ .

Nun kann die Normalengleichung bereits wie folgt aufgeschrieben werden:  $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$ .

$n_n$  kann berechnet werden, indem der Punkt  $P(x_0|y_0)$  in  $n(x)$  eingesetzt wird. Für  $x_0 = -1$  ist  $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$ .

$$\begin{aligned} -3 &= \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n && | + \frac{1}{4} \\ -2\frac{3}{4} &= n_n. \end{aligned}$$

Nun ist die Normalengleichung bestimmt:  $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$ .