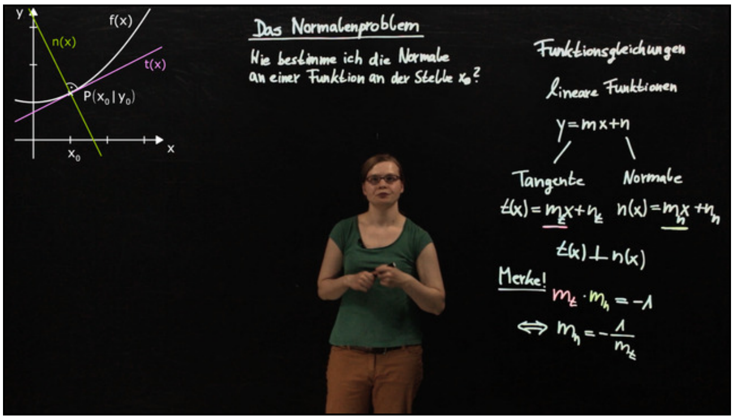
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Normalenproblem – Normale in einem Punkt bestimmen



1. **Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.**
2. Beschreibe, was eine Normale ist.
3. Bestimme die Gleichung der Normalen.
4. Entscheide, welche der linearen Funktionen die Normale zu f im Punkt x_0 ist.
5. Berechne den Schnittpunkt der Normalen.
6. Weise nach, dass die Normalengleichung auch in der Form $n(x) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) + y_0$ angegeben werden kann.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com

Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

Bringe die einzelnen Rechenschritte in die richtige Reihenfolge.

$f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5;\ x_0 = -1$

Wie lautet die Normalengleichung $n(x) = m_n \cdot x + n_n$?

A Somit ist die Normalengleichung gegeben durch $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$.

B Es gilt also $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$.

C $-3 = \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n$. Dies ist äquivalent zu $n_n = -2\frac{3}{4}$.

D Die Steigung der Normalen ist gegeben durch $m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{1}{4}$.

E Berechnung von n_n durch Einsetzen des Punktes $P(-1|-3)$ in $n(x)$:

F Berechnung des Anstiegs der Tangente. Dieser ist $m_t = f'(-1) = -4$.

RICHTIGE REIHENFOLGE ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

1. Tipp

Tangente und Normale stehen senkrecht zueinander.

- Wie ist der Anstieg der Tangente gegeben?
- Wie hängen der Anstieg der Tangente und der der Normalen zusammen?

---

2. Tipp

Die Ableitung von f ist nach der Produktregel $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$. Durch Einsetzen von $x_0 = -1$ in diese Ableitung erhältst du den Anstieg der Tangente m_t.

---

3. Tipp

Es gilt $m_t \cdot m_n = -1$. Dabei ist m_t der Anstieg der Tangente und m_n der der Normalen.

---

4. Tipp

Um den Schnittpunkt mit der y-Achse n_n zu berechnen, wird der Punkt $P(x_0|y_0)$ verwendet. Für $x_0 = -1$ ist $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

Lösungsschlüssel: F, D, B, E, C, A

Die Normalengleichung lautet $n(x) = m_n \cdot x + n_n$. Die Normale steht senkrecht auf der Tangente mit dem Anstieg m_t. Das heißt, man muss zunächst den Anstieg der Tangente berechnen, um dann über die Formel $m_n = -\frac{1}{m_t}$ den Anstieg der Normalen zu erhalten.

- $m_t = f'(-1)$. Die Ableitung von f ist nach der Potenzregel gegeben durch $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$.

Damit ist $f'(-1) = 4 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) = -4$.

- $m_n = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}$.

Nun kann die Normalengleichung bereits wie folgt aufgeschrieben werden: $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$.

n_n kann berechnet werden, indem der Punkt $P(x_0|y_0)$ in $n(x)$ eingesetzt wird. Für $x_0 = -1$ ist $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$.

$$\begin{aligned} -3 &= \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n \qquad \left| + \frac{1}{4} \right. \\ -2\frac{3}{4} &= n_n. \end{aligned}$$

Nun ist die Normalengleichung bestimmt: $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$.