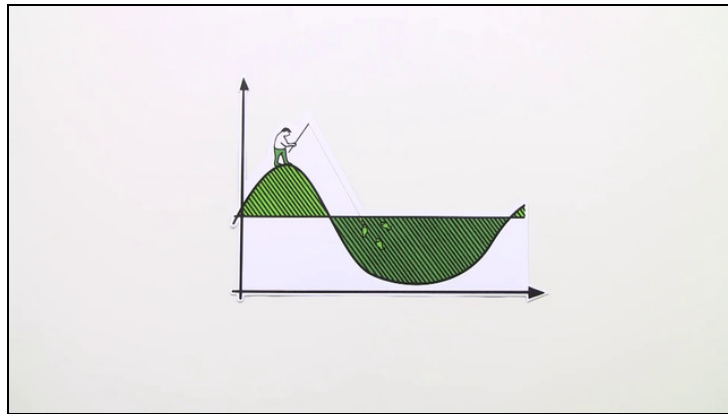




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Fläche zwischen Funktionsgraphen mit Integralen berechnen



- 1 **Berechne den Flächeninhalt zwischen den Funktionsgraphen $f(x)$ und $g(x)$.**
- 2 Beschreibe die Problemstellung zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen.
- 3 Beschreibe die Methoden zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen.
- 4 Berechne den Flächeninhalt der von f und g eingeschlossenen Fläche.
- 5 Ermittle den gesamten Flächeninhalt A der von f und g eingeschlossenen Fläche.
- 6 Bestimme den Parameter a .
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Berechne den Flächeninhalt zwischen den Funktionsgraphen $f(x)$ und $g(x)$.

Bringe die Rechenschritte in die richtige Reihenfolge.

Gegeben sind die Funktionen f und g mit:

$$f(x) = -x^2 + 6x - 3 \text{ und } g(x) = x^2 - 4x + 5.$$

Gesucht ist die Fläche zwischen den beiden Funktionen.

A
Gesucht ist daher die Fläche, die von den Graphen in dem abgeschlossenen Intervall $\mathbb{I} = [1; 4]$ eingeschlossen wird.

B
Wir wenden nun den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung an und erhalten $A = F(4) - F(1) = 9$.

C
Die Fläche zwischen den beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ hat somit einen Flächeninhalt von $A = 9 \text{ FE}$.

D
Durch Äquivalenzumformung und mithilfe der p-q-Formel erhalten wir die x-Koordinaten der Schnittpunkte $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$.

E
Wir berechnen die Schnittpunkte der beiden Funktionen, indem wir sie gleichsetzen: $f(x) = g(x)$.

F
Da der Graph von f oberhalb des Graphen von g liegt, berechnen wir die Differenz

$$A_f - A_g = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx = \int_1^4 (f(x) - g(x)) dx.$$

RICHTIGE REIHENFOLGE



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Berechne den Flächeninhalt zwischen den Funktionsgraphen $f(x)$ und $g(x)$.

1. Tipp

Wie bestimmt man die Integrationsgrenzen?

2. Tipp

Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung besagt: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Berechne den Flächeninhalt zwischen den Funktionsgraphen $f(x)$ und $g(x)$.

Lösungsschlüssel: E, D, A, F, B, C

Zwei Funktionen $f(x) = -x^2 + 6x - 3$ und $g(x) = x^2 - 4x + 5$ sind gegeben und die Fläche zwischen den beiden Funktionen ist gesucht. Wir beginnen mit der Bestimmung der Integrationsgrenzen, indem wir die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionen bestimmen. Wir setzen die Funktionen gleich und erhalten durch Äquivalenzumformungen und der Anwendung der p-q-Formel die Integrationsgrenzen:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -x^2 + 6x - 3 &= x^2 - 4x + 5 && | -x^2 + 4x - 5 \\ -2x^2 + 10x - 8 &= 0 && | : (-2) \\ x^2 - 5x + 4 &= 0 \\ x_{1,2} &= 2,5 \pm \sqrt{2,5^2 - 4} \end{aligned}$$

Wir erhalten also $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$. Da der Graph von f oberhalb des Graphen von g liegt, berechnen wir die Differenz und wenden den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung an:

$$\begin{aligned} A &= A_f - A_g \\ &= \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx \\ &= \int_1^4 (f(x) - g(x)) dx \\ &= \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx \\ &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - 8x \right]_1^4 = F(4) - F(1) = 9 \text{ FE} \end{aligned}$$