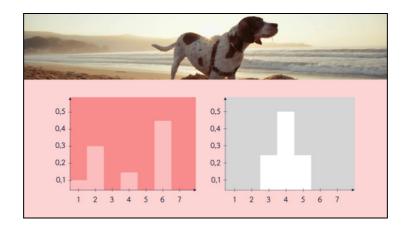


Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Varianz und Standardabweichung





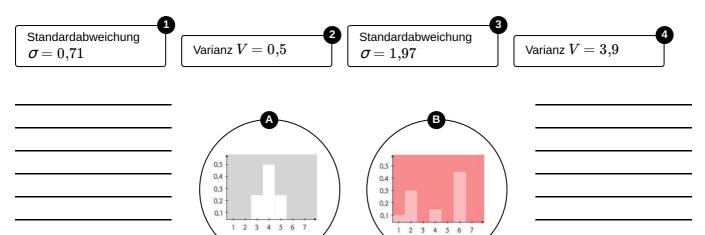


Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com



Gib an, welche Werte zu welchem Histogramm passen.

Ordne die Werte der Varianz und Standardabweichung den Histogrammen passend zu.





Unsere Tipps für die Aufgaben



Gib an, welche Werte zu welchem Histogramm passen.

1. Tipp

Die Varianz und die Standardabweichung sind Größen, die die **Streuung** einer Zufallsgröße um den Erwartungswert angeben.

2. Tipp

Vergleiche die beiden Histogramme: Bei welchem liegen die Werte dicht beisammen, bei welchem weit auseinander?





Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben



Gib an, welche Werte zu welchem Histogramm passen.

Lösungsschlüssel: A: 1, 2 // B: 3, 4

Da wir wissen, dass die Varianz und die Standardabweichung Größen sind, die die **Streuung** einer Zufallsgröße um den Erwartungswert angeben, können wir die Zuordnung direkt durch Betrachtung der Histogramme vornehmen: Das graue Histogramm streut deutlich weniger um einen Mittelwert als das rosafarbene Histogramm. Dementsprechend ordnen wir die kleineren Werte von Varianz und Standardabweichung dem grauen Histogramm und die größeren Werte dem rosafarbenen Histogramm zu.

Wir können die Größen aber auch formal berechnen und so zuordnen. Dazu betrachten wir die beiden durch die Histogramme dargestellten Zufallsverteilungen im Detail: Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der beiden Zufallsgrößen X und Y beschreiben den möglichen Gewinn bei einem Glücksspiel.

Graues Histogramm:

Gewinn
$$x$$
 in Euro
3
4
5

 $P(X = x)$
0,25
0,5
0,25

Der Erwartungswert dieser Zufallsverteilung beträgt:

$$\mu = E(X) = 4$$

Denn für den Erwartungswert gilt:

$$\mu = E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

In unserem Beispiel also:

$$\mu = E(X) = 3 \cdot 0.25 + 4 \cdot 0.5 + 5 \cdot 0.25 = 4$$

Für die Berechnung der **Varianz** V(X) quadrieren wir die Abweichungen vom Erwartungswert, multiplizieren diese mit ihren Wahrscheinlichkeiten und summieren schließlich alle diese Produkte:

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(X = x_2) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n)$$

In unserem Beispiel also:

$$V(X) = (3-4)^2 \cdot 0.25 + (4-4)^2 \cdot 0.5 + (5-4)^2 \cdot 0.25 = 0.5$$

Für die **Standardabweichung** $\sigma(X)$ gilt:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

In unserem Beispiel also:

$$\sigma(X) = \sqrt{0.5} \approx 0.71$$





Rosafarbenes Histogramm:

Gewinn y in Euro	1	2	4	6
P(Y=y)	0,1	0,3	0,15	0,45

Der Erwartungswert dieser Zufallsverteilung beträgt auch:

$$\mu = E(Y) = 4$$

Denn:

$$\mu = E(Y) = 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.15 + 6 \cdot 0.45 = 4$$

Für die **Varianz** V(Y) gilt:

$$V(X) = (1-4)^2 \cdot 0.1 + (2-4)^2 \cdot 0.3 + (4-4)^2 \cdot 0.15 + (6-4)^2 \cdot 0.45 = 3.9$$

Und für die **Standardabweichung** $\sigma(X)$ gilt:

$$\sigma(X) = \sqrt{3.9} \approx 1.97$$

